

文章编号:1000-8055(2012)08-1785-07

利用多状态试车数据修正发动机部件特性

杨欣毅¹, 沈 伟¹, 王 文², 王永华¹, 王星博³

- (1. 海军航空工程学院 飞行器工程系, 山东 烟台 264001;
2. 海军航空工程学院 基础试验部, 山东 烟台 264001;
3. 海军航空工程学院 研究生大队, 山东 烟台; 264001)

摘 要: 针对经典的航空发动机部件特性修正因子法的不足, 提出一种基于多状态试车数据的修正方法。利用发动机部件匹配模型方程以及试车参数计算值和实测值的差值组成目标方程组, 采用改进的免疫粒子群算法优化求解获得部件特性修正系数。以多个不同状态下的修正系数为基础, 利用滑动最小二乘方法拟合修正系数曲面, 进而得到修正的部件特性图。数值试验表明: 综合利用不同状态下发动机试车数据进行部件特性修正, 克服了传统方法的不足, 提高了修正部件特性在整个工作范围的精度。

关 键 词: 航空发动机; 部件特性; 修正; 滑动最小二乘; 粒子群优化

中图分类号: V235.1

文献标志码: A

Aero engine component characteristic map correction using multi state test data

YANG Xin-yi¹, SHEN Wei¹, WANG Wen²,
WANG Yong-hua¹, WANG Xing-bo³

- (1. Department of Aerocraft Engineering,
Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai Shandong 264001, China;
2. Department of Basic Experiment,
Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai Shandong 264001, China;
3. Graduate Students' Brigade,
Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai Shandong 264001, China)

Abstract: In order to improve the accuracy of engine component characteristic map correction with modification factors method, a new correction method using multi state engine test data was presented. Equations from the engine model based on component matching and the difference equations of calculated and test parameters were used as objective equations. In addition, the objective function was optimized using an improved immune particle swarm optimization algorithm. Thus the engine component correction coefficients were obtained. Based on these coefficients of different states, a correction coefficient surface was fitted by moving least square method, and the corrected component map was obtained with the obtained coefficient surface. Simulated results show that because of the use of multi state test data, the proposed new method shows better performance than the traditional one. The corrected component map has higher accuracy in the whole scope.

收稿日期: 2012-01-05

网络出版地址: http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2297.V.20120830.1200.201208.1785_016.html

基金项目: 国家自然科学基金(青年基金:61102167);

航空科学基金和航空电子系统综合技术国防科技重点实验室联合资助(20095584006)

作者简介: 杨欣毅(1978—), 男, 辽宁葫芦岛人, 讲师, 博士, 主要研究领域为航空发动机试验和性能仿真。

Key words: aero engine; component characteristics; correction; moving least square; particle swarm optimization

对发动机进行准确的性能计算或故障诊断,需要获得精确的发动机部件特性.对于投入运行的发动机来说,由于加工安装误差,长期使用导致性能衰退等原因,其部件实际特性与厂家提供的部件试验特性存在一定偏差.为进行准确的发动机性能仿真计算,必须对原有的部件特性进行修正.

为此,国内外专家提出了一些方法.文献[1-2]提出了经典的修正因子法,真实的部件特性可由修正因子和参考的通用部件特性获得.修正因子根据试验数据,采用优化算法求出.然而这些方法通常采用某一个状态(设计点居多)下的发动机试验数据为基础,得到修正系数.利用修正系数将特性曲线进行成比例的整体缩放.修正后特性在试车数据对应的状态点附近范围精度较高,在离该状态点的较远的范围,精度变差.由此可以设想,如果对于整个部件特性,在不同范围,能够选择相应的修正系数,则可有效提高修正特性的精度.文献[3]发展了一种预测发动机部件特性的自适应模型方法,以发动机多个状态下性能参数和过程参数的偏差为优化目标函数,以部件特性修正二次修正因子为被优化参数,运用单纯形法求得不同飞行条件下的部件特性.但对每一个状态均需做二次修正因子的求解计算,实现起来较为复杂.文献[4]分析了部件特性自适应模型的不足,利用“部件特性删除法”求解修正因子.对于目标函数的优化求解采用了线性规划法.并对得到的修正因子进行拟合,获得修正因子和转速拟合曲线.文献[3-4]最大的改进是不再视修正因子为定值,而是随状态变化而变的.但是对于修正因子的处理还需进一步完善.以压气机特性为例,其增压比不仅随转速而变,即使在同一转速上,不同的流量范围,其增压比也不同.因此,将增压比特性修正因子表示为这两个参数为自变量的空间曲面显然更符合实际.

基于这样的思路,本文提出一种综合利用多个状态试车数据的修正方法:首先利用免疫粒子群算法分别求得不同状态下修正系数,以这些系数为基础拟合修正系数曲面,从系数曲面上获取原有特性图上各点对应的修正系数,从而得到修正特性.验算证明本文的方法得到部件特性在整个工作范围内均具有很高的精度.

1 经典部件特性修正方法的理论分析

1.1 部件特性修正因子方法及求解条件

发动机实际部件特性,可以由修正系数和参考的通用部件特性获得.

$$X_{\text{act}} = F_m \cdot X_{\text{ref}} \quad (1)$$

式中 X_{act} 为发动机实际部件特性, X_{ref} 为参考的发动机通用特性, F_m 为修正系数

设发动机试验有 m 个测量参数 Y_m , 引入 n 个部件特性修正因子 X_n , 修正系数的求解则可根据图1的优化过程实现.

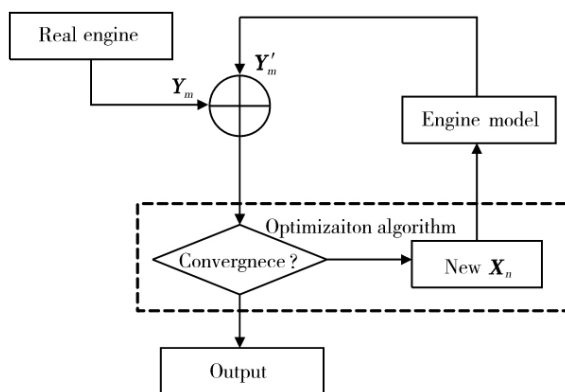


图1 部件修正因子的优化过程

Fig. 1 Optimization of components' scaling factors

图1的优化过程的实质是对以下函数的最小化过程

$$\Delta Y = Y_m - Y'_m = Y_m - F(X_n) \quad (2)$$

其求解条件和非线性方程组 $F(X_n) = Y_m$ 是一致的,即要求 $m \geq n$. 当 $m = n$ 时,两者有唯一解,当 $m > n$ 时,有最小二乘解,当 $m < n$ 时,有无穷解.无穷解的情况没有实际意义.因此,根据 m 个测量参数,能够求解出来的修正因子最多为 m 个.

1.2 目标函数和被优化参数选取

发动机试车过程测试的参数有限,如果选择的部件特性修正因子较多,必须还要列出一些目标方程,以满足方程组有解的条件,即 $m \geq n$.

以某型混合排气涡扇发动机为研究对象.对发动机按照部件匹配法进行稳态建模,可以建立低压涡轮/风扇流量平衡,高压涡轮/压气机流量平衡,低压涡轮/风扇功率平衡,高压涡轮/压气机

功率平衡,混合室进口静压平衡和加力燃烧室出口/尾喷管流量平衡这6个平衡方程。为了能够对更多的部件特性进行修正,还需补充一些测试参数方程。本文选择试车过程中发动机的推力 F ,空气流量 W_a ,高压气机出口总压 p_{t3} ,高压气机出口总温 T_{t3} ,低压涡轮出口总温 T_{t5} 和加力燃烧室出口总温 T_{t8} 这6个测试参数。

测试参数方程和平衡方程组成优化目标函数如式(3)所示。使得该函数值取得最小的特性参数即为优化过程的解。式中 f_i 表示平衡方程的残差, y_j 和 y'_j 分别为测试和计算的参数值。为简化计算,所有加权系数 α_i 和 β_j 均设置为1。

$$F_{\text{obj}} = \sum_{i=1}^6 \alpha_i \cdot f_i + \sum_{j=1}^6 \beta_j \cdot (y_j - y'_j) \quad (3)$$

目标方程组共有12个方程组成,因此可以求解12个部件特性修正因子。然而部件特性修正的修正因子法存在一定的不足。文献[4]表明如果修正因子的变化范围较大,将会出现发动机特性计算不收敛的问题。另外在许多情况下,即便能够正常求出修正因子,工作线在修正后的风扇和压气机通用特性图的走势并不符合逻辑,例如高设计点压比的压气机的共同工作线在低换算转速时远离喘振边界,这显然是不正确的。

为此,本文采用“部件特性删除法”[4]取代部件特性修正因子。即将各部件特性的具体数值直接作为优化的独立变量,带入优化目标函数计算,这样发动机非设计点特性计算就转换成为设计点性能计算,从而解决了特性计算的不收敛的问题。获得的这些压比、效率和换算流量的具体数值后,通过该状态点在原有特性图上的位置,可以计算出部件修正系数。

1.3 单个修正系数的不足

经典部件特性修正方法由于仅利用一个状态点的试车数据,只能保证在试验数据状态点附件的特性精度较高。然而发动机在不同状态下的部件特性远非简单的成比例的变化,因此修正因子法在远离该状态点的范围计算得到的部件特性精度会降低。为保证发动机部件特性在整个转速范围内都有较高精度,需要充分利用试验数据,综合应用不同状态下试验数据来修正。

2 基于多状态试车数据部件特性修正

2.1 基于免疫粒子群的部件特性修正

部件特性修正本质上是一个非线性方程组的

优化过程。近年来,一些学者采用遗传算法、粒子群优化等智能算法[5-8]求解,克服了传统迭代方法的不足,取得了较好的效果。其中粒子群算法由于具有优化精度高、控制参数少、实现简单的优点应用十分广泛。但粒子群算法的信息共享机制过于简单,会遇到早熟收敛的问题,并且随目标方程组中方程个数增加,这一问题变得十分突出。

粒子群优化算法表述如下[9]:假设在一个 n 维的目标搜索空间中,有 N 个粒子组成一个群体,其中第 i 个粒子表示一个 n 维的向量 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in})$,每个粒子的位置就是一个潜在的解。第 i 个粒子的速度也是一个 n 维向量,记为 $V_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{in})$ 。第 i 个粒子搜索到的最优位置为 $p_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{in})$,整个粒子群搜索到的最优位置为 $p_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gn})$, w 为惯性权重。式(4)、式(5)称为粒子群优化(PSO)算法标准方程。

$$v_i^{(t+1)} = wv_i^{(t)} + c_1 r_1 (p_i^{(t)} - x_i^{(t)}) + c_2 r_2 (p_g^{(t)} - x_i^{(t)}) \quad (4)$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + v_i^{(t+1)} \quad (5)$$

由于算法缺乏变异机制,粒子一旦受某个局部极值约束后,自身很难跳出这种约束,粒子群丧失了进化能力,这种现象被称为早熟。为改善粒子群的搜索能力,一些文献[10-11]将人工免疫系统的克隆选择机制应用到粒子群算法中,提出一种免疫粒子群(IMUPSO):在进化的每一代,选择最好的若干粒子作为抗体,在这些抗体各自的邻域内克隆出新的个体。抗体适应度函数值越大,产生的克隆体就越多,即在该抗体的邻域内搜索的次数越多。这样,粒子群算法在纵向完成对整个解空间搜索的同时,克隆选择算子横向地进行局部搜索,一方面具有很强的局部搜索能力,另一方面也有助于位于局部极值的粒子脱离局部极值向解空间的其他区域搜索。文献[10]通过对多个测试函数的验算充分证明了算法的优越性能。

算法的克隆过程针对适应度最高的前 m 个粒子进行,每个粒子的生成 l 个克隆体。然后对所有的克隆体进行变异。算法采用的是与适应度值有关的变异算子[12]。

$$x'_{id} = x_{id} + \alpha N(0, 1), \alpha = \frac{1}{\beta} \exp(-f^*) \quad (6)$$

其中 $N(0, 1)$ 是均值为0,标准差为1的Guass随机变量。 β 是用于控制指数函数衰减的变量, f^* 是经过规范化处理的克隆 c 的适应度值。

利用免疫粒子群算法求解部件特性修正系数

的步骤如下:

Step 1 初始化. 生成由 N 个粒子组成的种群 $P_{op} = (X_1, X_2, \dots, X_N)$. 其中 $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i12})$.

Step 2 适应度计算. 对于种群中的每个粒子 x_i , 从中读入风扇, 压气机等各部件特性参数, 代入相应部件模型得到各截面参数及发动机性能参数, 再代入目标函数式(3), 得到该粒子的适应度值.

Step 3 更新种群中每个粒子的个体极值和种群的全局极值;

Step 4 判断是否满足最大迭代次数, 如满足, 这时的 p_g 就是最终结果; 否则, 继续.

Step 5 按照式(4)和式(5)更新粒子位置和速度.

Step 6 适应度排序, 选取适应度最高的 m 个粒子作为抗体, 每个抗体产生 l 个克隆.

Step 7 按照式(6)的变异算子对抗体的所有克隆进行变异. 将抗体和克隆体进行适应度计算. 选择适应度最优的作为新的个体代替原来的抗体加入种群, 返回 Step 2.

2.2 基于多状态试车数据的部件特性修正

对于某型涡扇发动机, 现有在多个不同状态下的试车测试数据. 下面以风扇部件为例说明基于多状态试车数据的部件特性修正方法.

2.2.1 根据多个特性修正系数拟合修正系数曲面

利用 2.1 节中的方法得到已知 7 个状态下的风扇增压比修正系数, 将不同状态下的修正系数表示在以归一化的转速、流量、修正系数为坐标的空间表示, 如图 2 所示. 在不同的工作范围上, 得到的修正系数是不同的. 因此传统的方法对于整个范围的部件特性, 取相同的修正系数值是不准确的.

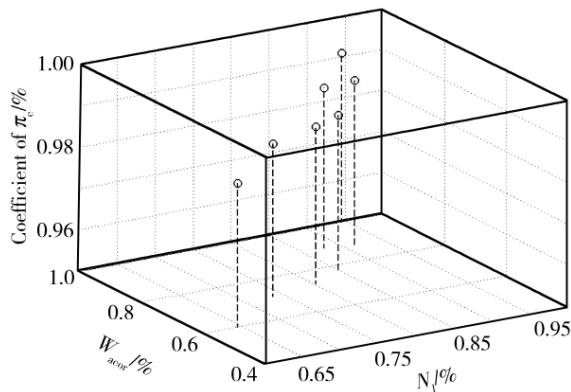


图 2 不同状态下风扇增压比特性的修正系数

Fig. 2 Scaling factors of fan pressure ratio in different conditions

现得到风扇部件在较大范围内多个状态的增压比修正系数, 但受试验所限, 不可能对所有状态都进行试验. 因此对于已知状态之间的任意状态, 其修正系数可以根据该状态周围的已知状态特性求得. 如果利用所有已知状态点的修正系数, 能够拟合出一个系数曲面, 则任意状态的修正系数可从该曲面获得.

由于近年来滑动最小二乘(MLS)在曲面拟合方面取得较好的效果^[13-14], 本文采用了滑动最小二乘法进行曲面拟合. 滑动最小二乘法是一种基于点的近似方法, 具有拟合精度高, 通用性强的特点. 它的拟合函数采用随坐标变化的系数向量来代替传统最小二乘法的固定系数, 因此不存在对复杂、离散数据量的分段(分块)拟合和平滑化等问题, 解决了传统曲线曲面拟合过程中存在的困难^[15].

利用 MLS 和已知的修正系数点拟合计算获得风扇的增压比修正系数曲面, 如图 3 所示. (图中曲面只画出风扇特性覆盖的范围) 同样的方法获得风扇的流量特性修正系数曲面如图 4 所示.

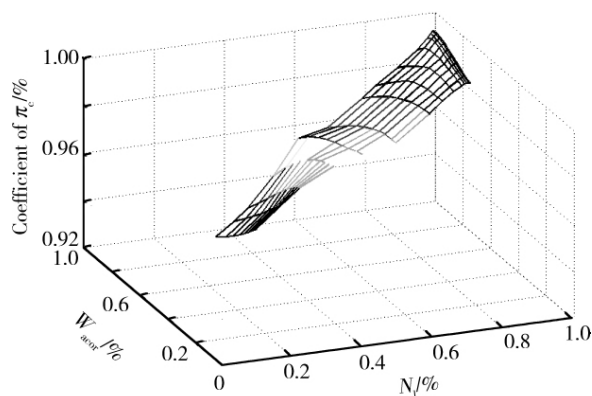


图 3 风扇的增压比修正系数曲面

Fig. 3 Fitted surface of fan pressure ratio scaling factor

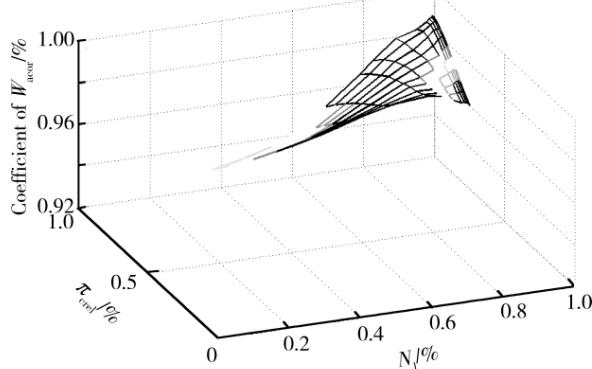


图 4 风扇的流量修正系数曲面

Fig. 4 Fitted surface of fan flow rate scaling factor

2.2.2 利用修正系数曲面得到修正部件特性

利用得到的相应修正系数曲面,可以获得精确的修正特性图.以风扇增压比特性为例,对于任何一个转速线上的点(每个转速线上面有10个点),则依据其在原来特性图上的坐标,对应到两个修正系数曲面上面,找到平面上相应位置对应到特性曲面的 z 轴值即为该点的修正系数.

求得原特性图上所有点的修正系数,按照其记为 M_π 和 M_{wa} .设特性图上点的横纵坐标对应所在位置坐标组成增压比和流量系数矩阵,分别矩阵为 C_{wa} 和 C_π ,则修正后的特性点坐标为

$$X_{wa} = M_{wa} \cdot C_{wa} \quad (7)$$

$$Y_\pi = M_\pi \cdot C_\pi \quad (8)$$

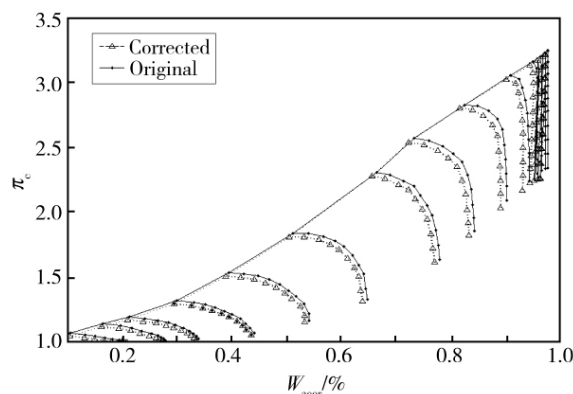


图5 修正前后的风扇增压比特性图

Fig. 5 Comparison of corrected and original fan pressure ratio characteristic map

式中“ $\cdot$ ”表示两个矩阵相应位置对应的元素相乘.图5和图6分别为修正前后的风扇增压比和效率特性图.

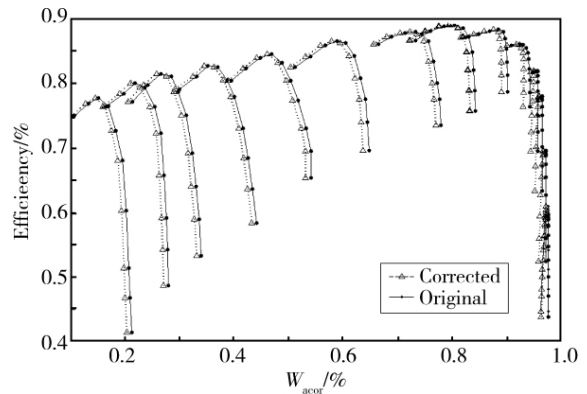


图6 修正前后的风扇效率特性图

Fig. 6 Comparison of corrected and original fan efficiency characteristic map

3 方法的验证

为了验证本文方法得到修正特性的精度,分别利用经典方法,曲线拟合方法和本文方法(IMUPSO)得到修正部件特性,进行发动机稳态性能仿真计算.3种情况的发动机模型非线性方程组均采用免疫粒子群算法求解,算法均迭代运算100次,并取相同的参数设置.本文以某涡扇发动机3个不同的状态A,B,C(这3个状态不包括第2部分修正用到的7个状态)来验证不同方法

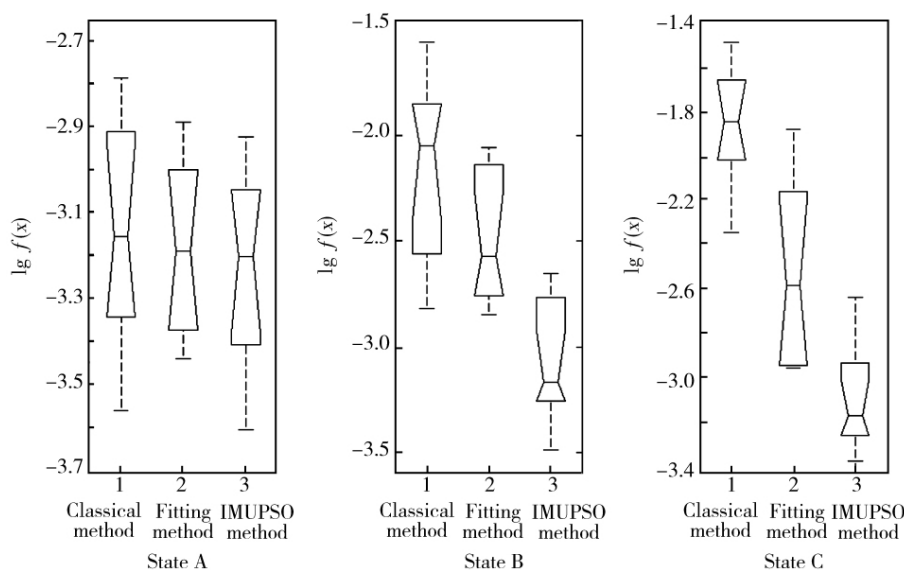


图7 不同状态下各算法模型适应度对数值统计盒图

Fig. 7 Boxplots of fitness logarithm values in different states by three algorithms' corrected maps

获得部件特性的精度, 3 个状态的对应的转速如下: 状态 A 为 $N_h = 95.89\%$, $N_l = 87.76\%$; 状态 B 为 $N_h = 93.79\%$, $N_l = 84.59\%$; 状态 C 为 $N_h = 91.22\%$, $N_l = 80.27\%$. 对于这 3 个状态, 分别基于不同方法得到的部件修正特性, 利用免疫粒子群算法进行稳态建模仿真. 每种情况分别仿真计算 10 次, 将各次运算的目标函数(3)的对数值用统计盒图表示, 见图 7.

如图 7 所示, 不同状态下的计算结果有较大的不同. 在状态 A, 用 3 种方法的修正特性计算的结果相差不大, 本文算法最优解和中位解略优于其他两种方法. 然而对应状态 B 和状态 C 两种状态, 基于经典方法特性的计算结果变差, 基于曲线拟合方法特性的计算精度也有所下降, 但优于前者. 而基于本文方法特性的计算则取得最好的结果.

为进一步验证各状态下求解的精度, 将 3 个状态下仿真求解得到的部分发动机截面参数和性能参数与相应的试车试验结果进行比较. 3 个状态下比较的柱状图分别如图 8~图 10 所示.

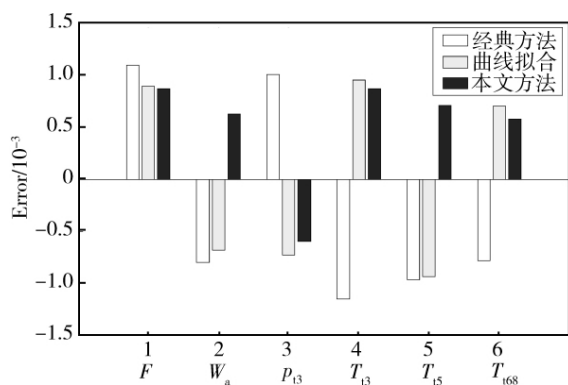


图 8 状态 A 下各算法计算值与试验值的误差图

Fig. 8 Comparison of calculated and test data in state A

如图 8 可知, 在距离设计点较近的状态 A, 利用 3 种方法的修正特性计算的各参数误差都比较接近, 曲线拟合方法和本文方法对应的结果稍好于经典方法. 而在距离设计点较远的状态 B 和状态 C, 由图 9 和图 10 可见基于传统方法获得特性的计算误差变大, 曲线拟合方法对应的计算误差也有所增加. 而利用本文方法获得特性的计算误差在状态 B 和状态 C 都取得最好的结果, 且始终稳定在同一精度范围. 可见利用新方法得到的修正特性图计算, 在发动机的不同工作范围均取得较为精确的结果, 而传统方法在远离设计点的状态下计算精度下降. 利用新方法得到的修正部件

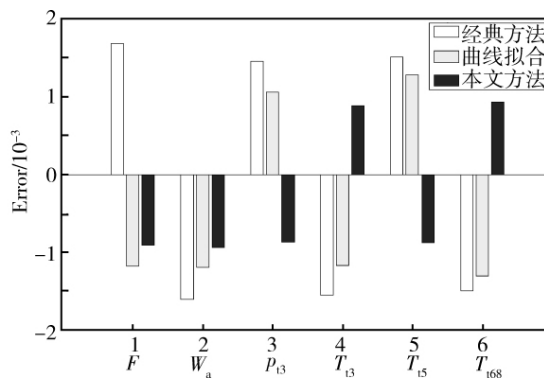


图 9 状态 B 下各算法计算值与试验值的误差图

Fig. 9 Comparison of calculated and test data in state B

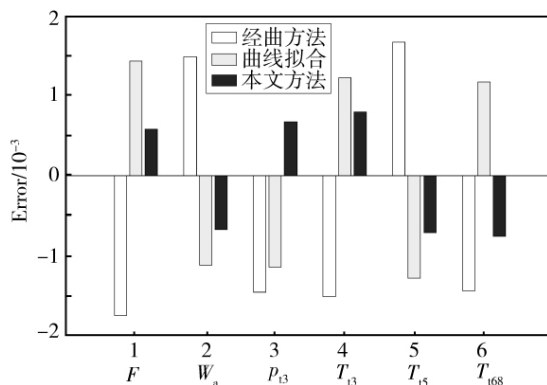


图 10 状态 C 下各算法计算值与试验值的误差图

Fig. 10 Comparison of calculated and test data in state C

特性具有更高的精度.

4 修正系数个数对修正精度的影响

本文在第 3 部分中, 基于 7 个状态点的测试参数对发动机部件特性进行修正, 获得较高精度的特性. 为了指导工程实际应用, 确定状态点个数与精度的关系. 分别选取 3, 5, 9 个状态点, 按照同样的方法进行计算, 加上 1 点和 7 点的结果得到修正点个数与求解精度的关系如图 11 所示. 图中 3 条曲线分别为状态 A、状态 B 和状态 C 下修正点个数与求解的发动机非线性方程组的目标函数对数值之间的关系.

如图 11 可见, 修正点个数越多, 适应度对数值越小. 由于状态 A 距离设计点附近, 修正点的个数的影响较小, 但是对于距离设计点稍远的状态 B 和状态 C 点可以发现修正点个数变化对计算精度影响很大. 当修正系数为 5 个时, 状态 B 和状态 C 对应的适应度对数值分别为 -3.02 , -2.88 , 对应的

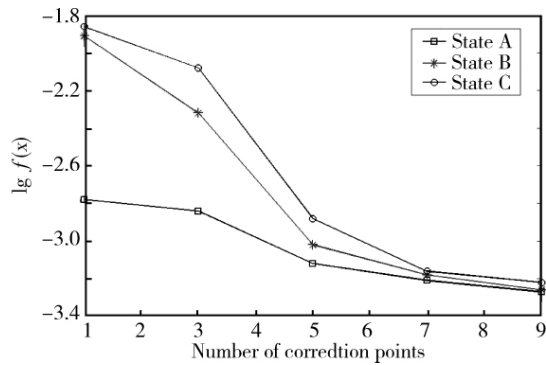


图 11 修正系数个数对求解精度的影响

Fig. 11 Relationship between the number of corrected points and $\lg f(x)$ value

精度为 0.0631%, 0.132%。已经具有较高的精度, 因此对于部件特性的修正, 选取 5 个状态点的数据, 利用本文的方法就可以获得较高的精度。

5 结 论

为充分利用发动机试车数据, 提高部件特性修正的精度, 本文提出了一种综合利用多个状态下发动机试车试验数据进行部件特性修正的方法。首先利用免疫粒子群算法优化求解获得多个状态下的部件特性修正系数, 然后以多个状态下的修正系数为基础, 利用滑动最小二乘法拟合修正系数曲面, 根据原有特性图上各点的坐标得到修正系数矩阵, 最后通过矩阵乘法得到修正的部件特性图。利用新方法得到的部件修正特性与传统方法在不同状态下进行比较验算, 结果显示新方法得到修正特性具有更好的精度, 证明了本文方法的有效性。最后, 给出修正系数个数选取的指导意义。

参考文献:

- [1] Stamatis A, Mathioudakis K, Papailiou K D. Adaptive simulation of gas turbine performance[J]. ASME J. Eng. Gas Turbines Power, 1990, 112(2): 168-175.
- [2] Kong C, Kho S, Ki J. Component map generation of a gas turbine using genetic algorithms[R]. ASME Paper GT 2004-53736, 2004.
- [3] 吴虎, 肖洪, 蒋建军. 涡扇发动机部件特性自适应模拟[J]. 推进技术, 2005, 26(5): 430-433.
WU Hu, XIAO Hong, JIANG Jianjun. Adaptive simulation of turbofan engine component performance[J]. Journal of Propulsion Technology, 2005, 26(5): 430-433. (in Chinese)
- [4] 陈玉春, 黄兴, 徐思远, 等. 涡轮发动机部件特性自适应模型的确定方法[J]. 推进技术, 2008, 29(2): 214-218.

- CHEN Yuchun, HUANG Xing, XU Siyuan, et al. A method of definition for the adaptive simulation model of gas turbine performance[J]. Journal of Propulsion Technology, 2008, 29(2): 214-218. (in Chinese)
- [5] Kong C, Ki J. A new scaling method for component maps of gas turbine using system identification[J]. ASME J. Eng. Gas Turbines Power, 2003, 125(10): 958-979.
- [6] Kong C, Ki J. Component map generation of a gas turbine using genetic Algorithms[J]. Transactions of the ASME, 2007, 129(4): 92-96.
- [7] Li Y G, Pilidis P. GA-based design-point performance adaptation and its comparison with ICM-based approach[J]. Applied Energy, 2010, 87(7): 340-348.
- [8] 杨欣毅, 沈伟, 刘海峰, 等. 弹用涡喷发动机风车起动过程仿真及性能分析[J]. 兵工学报, 2011, 32(1): 37-44.
YANG Xinyi, SHEN Wei, LIU Haifeng, et al. Numerical simulation and performance analysis on missile turbojet engine windmill start process[J]. Acta Armamentarii, 2011, 32(1): 37-44. (in Chinese)
- [9] Clerc M, Kennedy J. The particle swarm: Explosion, stability, and convergence in a multi-dimensional complex space[J]. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2002, 6(1): 58-73.
- [10] 陈永强, 杨明欣, 刘俊. 基于克隆选择粒子群算法的多用户检测[J]. 数据采集与处理, 2006, 21(12): 93-96.
CHEN Yongqiang, YANG Mingxin, LIU Jun. Multi-user detection based on clone selection particle swarm optimization[J]. Journal of Data Acquisition & Processing, 2006, 21(12): 93-96. (in Chinese)
- [11] 李本威, 张赞, 孙涛. 基于免疫粒子群算法的滑油屑末支持向量机预测模型设计[J]. 航空动力学报, 2009, 24(7): 1639-1643.
LI Benwei, ZHANG Yun, SUN Tao. Design of forecasting model for aero-engine lubrication debris support vector machines based on immune-particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(7): 1639-1643. (in Chinese)
- [12] De Castro L N, Von Zuben F J. Learning and optimization using the clonal selection principle[J]. IEEE Trans. on Evolutionary Computation, 2002, 6(3): 239-251.
- [13] Levin D. The approximation power of moving least-squares[J]. Math. Comput., 1998, 67(10): 1517-1531.
- [14] Most T, Bucher C. A moving least squares weighting function for the element-free Galerkin method which almost fulfills essential boundary conditions[J]. Struct. Eng. Mech., 2005, 21(3): 315-321.
- [15] 杨欣毅, 沈伟, 刘海峰, 等. 一种应用滑动最小二乘求取压气机特性的方法[J]. 航空动力学报, 2009, 24(8): 1741-1746.
YANG Xinyi, SHEN Wei, LIU Haifeng, et al. Compressor characteristics generation method using moving least square[J]. Journal of Aerospace Power, 2009, 24(8): 1741-1746. (in Chinese)